第２４講・円周角の定理③ 円周角の定理の証明問題

例題 1

右の図１で，円Ｏの$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角∠APBと中心角∠AOBの大きさについて，$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$という関係が成り立つ。このことを次のように証明した。下の問いに答えなさい。

図１

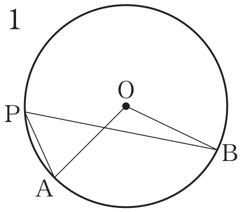
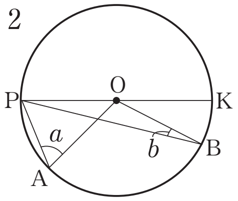


図２



証明 図２のように，直径PKをひき，$\angle OAP=\angle a$，
$\angle OBP=\angle b$とすると，
△OPAで，OP＝OAだから，$\angle OPA=\angle a$
∠AOKは△OPAの外角だから
$\angle AOK=\angle OPA+\angle OAP=2\angle a$

［　　　　　　　　　　］

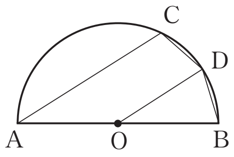
(1)　$\angle OPA=\angle a$について，その根拠となっている二等辺三角形の性質を書け。

(2)　［　　　　］の部分には証明の続きが入る。それを書け。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

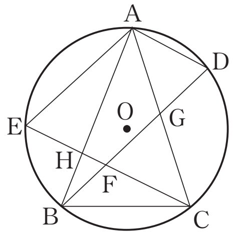
例題 2

右の図のように，線分 AB を直径とする半円があり，点 O は AB の中点である。$\overset{\frown}{AB}$上に点 C をとり，さらに$\overset{\frown}{BC}$上に AC∥OD となるように点 D をとる。このとき，BD＝CD となることを証明しなさい。



例題 3

右の図で，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，頂点 A，B，C は円 O の円周上にある。$\overset{\frown}{AC}$上に点 D をとり，点 A を通り BD に平行な直線と円 O との交点を E とする。BD と CE，CA との交点をそれぞれ F，G とし，CE と AB との交点を H とする。このとき，四角形 AEFD は平行四辺形であることを証明しなさい。

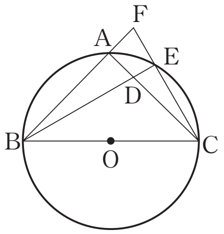


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

24－1

　右の図のように，線分BCを直径とする円Oがあり，円Oの周上に，AB＝ACとなる点Aをとる。辺AC上に点Dをとり，BDの延長と$\overset{\frown}{AC}$との交点をEとし，辺BAの延長とCEの延長との交点をFとする。このとき，BD＝CFであることを証明しなさい。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

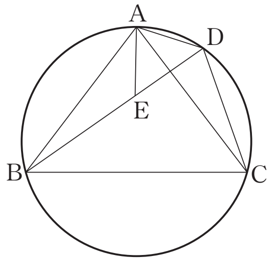
＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第24講・確認テスト

[1]　次の(1)，(2)について，それぞれ［　　］にあてはまるものをあとから選び，記号で答えなさい。ただし，同じ記号を何度使ってもよいものとする。

(1)　右の図で，4点A，B，C，Dは円周上の点で，AB＝ACである。線分BD上に点Eを，BE＝CDとなるようにとるとき，△ABE≡△ACDであることを，次のように証明した。



［証明］　△ABEと△ACDにおいて，

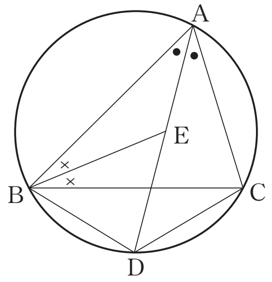
仮定より，AB＝［ア］…①

BE＝［イ］…②

［ウ］に対する円周角より，∠ABE＝∠［エ］…③

①，②，③より，［オ］がそれぞれ等しいから，△ABE≡△ACD

(2)　右の図のように，円に内接する△ABCがある。∠BACの二等分線が円周と交わるA以外の点をD，∠ABCの二等分線が線分ADと交わる点をEとする。このとき，DB＝DC＝DEであることを，次のように証明した。



［証明］

［カ］に対する円周角より，∠［キ］＝∠DAC…①

［ク］に対する円周角より，∠［ケ］＝∠DAB…②

仮定より，∠DAC＝∠DAB…③

①，②，③より，∠［キ］＝∠［ケ］

よって，△DBCは二等辺三角形となり，［コ］＝DC…④

また，∠DBE＝∠DBC＋∠［サ］

△［シ］の外角より，∠DEB＝∠DAB＋∠［ス］

①，③より，∠DBC＝∠DAB

仮定より，∠［サ］＝∠［ス］

よって，∠DBE＝∠DEBより，

△［セ］は二等辺三角形となり，DB＝［ソ］…⑤

④，⑤より，DB＝DC＝DE

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

① AC　② CD　③ DB　④ DE　⑤ $\overset{\frown}{AD}$　⑥ $\overset{\frown}{BD}$　⑦ $\overset{\frown}{CD}$

⑧ ABE　⑨ ACD　⑩ CBE　⑪ DBC　⑫ DBE　⑬ DCB

⑭ ３組の辺　⑮ ２組の辺とその間の角　⑯ １組の辺とその両端の角

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第２４講・円周角の定理③ 円周角の定理の証明問題

例題 1

(1)　二等辺三角形の底角は等しい。

(2)　証明の続き　同様に$\angle BOK$は$\triangle OPB$の外角だから，

$\angle BOK=\angle OPB+\angle OBP=2\angle b$

したがって，

$\angle AOB=\angle AOK-\angle BOK=2\angle a-2\angle b=2(\angle a-\angle b)$

また，$\angle APB=\angle OPA-\angle OPB=\angle a-\angle b$

よって，$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$

例題 2

証明　AD，BC をひくと，$OA=OD$ より，$\angle DAB=\angle ODA$

$AC /\!/ OD$ より，$\angle ODA=\angle DAC$

よって，$\angle DAB=\angle DAC$…①

同じ弧に対する円周角は等しいから，

$\angle DAB=\angle DCB$…②　$\angle DAC=\angle DBC$…③

①，②，③より，$\angle DCB=\angle DBC$

よって，$\triangle DCB$は二等辺三角形となり，$BD=CD$

例題 3

証明　$AB=AC$ より，$\angle ABC=\angle ACB$…①

$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角から，$\angle ABC=\angle AEC$…②

$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角より，$\angle ACB=\angle ADB$…③

$AE /\!/ BD$…④より，$\angle AEC=\angle EFB$…⑤

①，②，③，⑤より，$\angle EFB=\angle ADB$

同位角が等しいから，$AD /\!/ EF$…⑥

④，⑥より，2 組の対辺がそれぞれ平行になり，四角形 AEFD は平行四辺形である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

24－1

証明 **△ABDと△ACFにおいて，**

仮定より，AB＝AC…①

直径に対する円周角より，∠BAC＝90°

よって，∠BAD＝∠CAF＝90°…②

$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角より，∠ABD＝∠ACF…③

①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△ABD≡△ACF

よって，BD＝CF

解説

同じ弧に対する円周角は等しいことと，直径に対する円周角は90°であることを利用する。

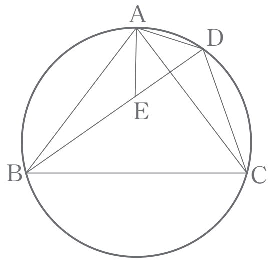
©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第24講・確認テスト

［1］　次の(1)，(2)について，それぞれ［　　］にあてはまるものをあとから選び，記号で答えなさい。ただし，同じ記号を何度使ってもよいものとする。

(1)　右の図で，4点A，B，C，Dは円周上の点で，AB＝ACである。線分BD上に点Eを，BE＝CDとなるようにとるとき，△ABE≡△ACDであることを，次のように証明した。



［証明］　△ABEと△ACDにおいて，

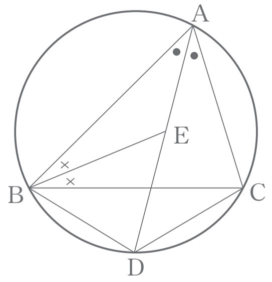
仮定より，AB＝［ア］…①

BE＝［イ］…②

［ウ］に対する円周角より，∠ABE＝∠［エ］…③

①，②，③より，［オ］がそれぞれ等しいから，△ABE≡△ACD

(2)　右の図のように，円に内接する△ABCがある。∠BACの二等分線が円周と交わるA以外の点をD，∠ABCの二等分線が線分ADと交わる点をEとする。このとき，DB＝DC＝DEであることを，次のように証明した。



［証明］

［カ］に対する円周角より，∠［キ］＝∠DAC…①

［ク］に対する円周角より，∠［ケ］＝∠DAB…②

仮定より，∠DAC＝∠DAB…③

①，②，③より，∠［キ］＝∠［ケ］

よって，△DBCは二等辺三角形となり，［コ］＝DC…④

また，∠DBE＝∠DBC＋∠［サ］

△［シ］の外角より，∠DEB＝∠DAB＋∠［ス］

①，③より，∠DBC＝∠DAB

仮定より，∠［サ］＝∠［ス］

よって，∠DBE＝∠DEBより，

△［セ］は二等辺三角形となり，DB＝［ソ］…⑤

④，⑤より，DB＝DC＝DE

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

① AC　② CD　③ DB　④ DE　⑤ $\overset{\frown}{AD}$　⑥ $\overset{\frown}{BD}$　⑦ $\overset{\frown}{CD}$
⑧ ABE　⑨ ACD　⑩ CBE　⑪ DBC　⑫ DBE　⑬ DCB
⑭ ３組の辺　⑮ ２組の辺とその間の角　⑯ １組の辺とその両端の角

解答

[1](1)　ア　①　イ　②　ウ　⑤　エ　⑨　オ　⑮
(2)　カ　⑦　キ　⑪　ク　⑥　ケ　⑬　コ　③　サ　⑩　シ　⑧
ス　⑧　セ　⑫　ソ　④

解説

[1](1)　同じ弧に対する円周角は等しいことを利用する。

(2)　同じ弧に対する円周角は等しいこと，三角形の外角はそれと隣り合わない２つの内角の和に等しいことを利用して，二等辺三角形を示す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。